Fachbereich Mathematik
W. Kimmerle/ S. Poehler

Blatt 4
Sommer 2007

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II

Aufgabe 1 (mündlich) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a) $\mathbb{Z}/q\mathbb{Z}$ ist genau dann ein Körper, wenn q eine Primzahlpotenz ist.

b) $\mathbb{F}_9$ ist isomorph zu einem Unterkörper von $\mathbb{F}_{27}$.

c) Über jedem Körper gibt es ein irreduzibles Polynom vom Grad 2.

d) Das Polynom $x^3 + 2x^2 + x + 2$ ist irreduzibel über $\mathbb{F}_3$.

Aufgabe 2 (mündlich) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a) Sind $P_1, \ldots, P_n$ linear unabhängige Punkte eines affinen Raumes, dann sind auch $P_2, \ldots, P_n$ linear unabhängig.

b) Eine affine Abbildung ist genau dann surjektiv, wenn linear unabhängige Punkte in linear unabhängige Punkte abgebildet werden.

c) Eine affine Abbildung fixiere die beiden Punkte P und Q. Dann ist die Gerade durch P und Q eine Fixpunktgerade.

d) Besitzt eine affine Abbildung α einen Fixpunkt, dann hat die induzierte lineare Abbildung φ_α den Eigenwert 1.

Aufgabe 3 (schriftlich) Bestimmen Sie alle Fixgeraden der affinen Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$\mathbf{x} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (schriftlich) Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung der affinen Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Welche Punkte sind Fixpunkte von α?

Aufgabe 5 - Aufbaukurs (schriftlich) Seien $a, b, c \in \mathbb{F}_2$ mit $(a, b) \neq (0, 0)$. Zeigen Sie, dass die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ in $\mathbb{F}_4$ lösbar ist.

Abgabe der schriftlichen und Besprechung der mündlichen Aufgaben am 22. Mai in den Übungen.