Fachbereich Mathematik
W. Kimmerle/ S. Poehler

Blatt 9
Sommer 2007

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II

Aufgabe 1 (mündlich) Sei $t \in \mathbb{R}$ und

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & t^2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang und die Determinante von A_t und untersuchen Sie, für welche t die Matrix A_t

a) normal, b) diagonalisierbar über $\mathbb{R}$, c) orthogonal diagonalisierbar,
d) diagonalisierbar über $\mathbb{C}$

ist.

Aufgabe 2 (schriftlich) Sei

$$A = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -5 & -3 & 3 & -3 \\ -3 & -5 & -3 & 3 \\ 3 & -3 & -5 & -3 \\ -3 & 3 & -3 & -5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine orthogonale Matrix T und eine diagonale Matrix D mit $D = T^{-1}AT$.

Aufgabe 3 - Aufbaukurs (schriftlich) Seien $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{Z}$ und sei $t = \mathrm{ggT}(a_1, \ldots, a_n)$. Zeigen Sie, dass es ganze Zahlen z_i gibt mit

$$t = \sum_{i=1}^{n} z_i a_i.$$

Aufgabe 4 - Aufbaukurs (schriftlich)

a) Sei $n \in \mathbb{N}$ und $p \in \mathbb{N}$ prim und G eine zyklische Gruppe mit p^n Elementen. Bestimmen Sie die Anzahl der Untergruppen von G.

b) Bestimmen Sie alle Untergruppen der Gruppe $(\mathbb{Z}/30\mathbb{Z}, +)$ und geben Sie für jede Untergruppe einen Erzeuger an.

Abgabe der schriftlichen und Besprechung der mündlichen Aufgaben am 3. Juli in den Übungen.