Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Aufgabe 1 (mündlich) Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie: Gibt es ein $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $A^2 = -E_n$, dann ist n gerade.

Aufgabe 2 (mündlich) Bestimmen Sie die Eigenwerte, Eigenvektoren und Determinanten der folgenden Abbildungen und Matrizen:

a) $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ sei die Spiegelung an der Ebene $13x_1 - 33x_2 + 19x_3 = 0$.

b) $\psi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$, $x \mapsto 3x$.

c) $A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 \\ -32 & -1 & 9 \\ 32 & 5 & -5 \end{pmatrix}$.

d) $\gamma : \mathbb{R}^{n \times n} \to \mathbb{R}^{n \times n}$, $A \mapsto A + A^t$.

e) $B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + i & \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} + i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 + \frac{9}{2}i & -6 + 3i \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} - \frac{9}{4}i & 7 - \frac{3}{2}i \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3 (mündlich) Existiert zu der Matrix A aus Aufgabe 2c) eine Basis aus Eigenvektoren? Geben Sie gegebenenfalls die Matrixdarstellung bezüglich dieser Basis an.

Aufgabe 4 (mündlich) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim deutschen Lotto (6 aus 49) drei richtige Zahlen zu tippen?

Besprechung der Aufgaben und Ausgabe der Scheine am 13. Februar in den Übungen.