IMNG, Fachbereich Mathematik
Universität Stuttgart

Prof. Dr. K. Höllig

**Höhere Mathematik I/II** **Diplomvorprüfung** **14. 3. 2006**

# 2. Klausur

für Studierende der Fachrichtungen **el**, **geod**, **kyb**

**Bitte unbedingt beachten:**

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle sechs Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel: 25** handbeschriebene Blätter DIN A4 sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechengeräte.
- Bei den **Aufgaben 2–6** sind alle Lösungswege und Begründungen anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem **24. 04. 2006** im NWZ II, Pfaffenwaldring 57, 8. Stock, durch Aushang bekanntgegeben.

  Viel Erfolg!

**Hinweise für Wiederholer:**

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich bis zum **05. 05. 2006** in Raum V57.8.162 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

---

**Aufgabe 1** (10 Punkte): Bestimmen Sie (Angabe des Endergebnisses genügt)

**a)** Anzahl der vierstelligen Zahlen mit ausschließlich ungeraden Ziffern

**b)** Wertebereich von $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$

**c)** $\displaystyle\sum_{j,k=1}^{3} j\,\delta_{jk}$

**d)** $\left[\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\right] \times \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$

**e)** inverse Permutation von $(1\ 3\ 4)(2\ 5)$

**Aufgabe 2** (10 Punkte): Bestimmen Sie für den Punkt $P = (5, 3, 4)$ und die Gerade $g$ : $(2 + t, 1, 3 - t)$, $t \in \mathbb{R}$

**a)** den Punkt $Q$ auf $g$, der von $P$ den kürzesten Abstand hat, sowie $|\vec{q} - \vec{p}|$.

**b)** die Hesse-Normalform der Ebene, die $P$ und $g$ enthält.

---

**Aufgabe 3** (10 Punkte): Bestimmen Sie die quadratische Taylor-Entwicklung von

$$f(t) = \frac{1}{1 - \ln(1 + t)}$$

an der Stelle $t_0 = 0$ sowie von

$$g(x, y) = e^{x/y}$$

an der Stelle $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

---

**Aufgabe 4** (10 Punkte): Bestimmen Sie das lokale Minimum von

$$f(x, y) = 2x^2 + xy + 3y^2 - 4x - y$$

auf $\mathbb{R}^2$ sowie den Funktionswert an dieser Stelle. Für welche Parameter $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ wird $f$ unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) = 3x + \alpha y - \beta = 0$$

im Punkt $(3, -2)$ minimal?

---

**Aufgabe 5** (10 Punkte): Berechnen Sie folgende Integrale.

**a)** $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin x \cos x}{e^x}\, dx$ **b)** $\displaystyle\int \frac{1 + x}{x + x^3}\, dx$ **c)** $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}\, dx$

---

**Aufgabe 6** (10 Punkte): Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

sowie Typ und Normalform der Quadrik

$$Q : \; x^{\mathrm{t}} A x = 1\,.$$