IMNG, Fachbereich Mathematik
Universität Stuttgart

Prof. Dr. K. Höllig

Höhere Mathematik III **Diplomvorprüfung** **5. 9. 2006**

2. Klausur

für Studierende der Fachrichtungen **el**, **kyb**

Bitte unbedingt beachten:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle sechs Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel: 15** handbeschriebene Blätter DIN A4 sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechengeräte.
- Bei den **Aufgaben 2–6** sind alle Lösungswege und Begründungen anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem **16. 10. 2006** im NWZ II, Pfaffenwaldring 57, 8. Stock, durch Aushang bekanntgegeben.

  Viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich bis zum **28. 10. 2006** in Raum V57.8.162 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (10 Punkte): Bestimmen Sie (Angabe des Endergebnisses genügt)

a)	$\operatorname{div} x\vec{r}$	
b)	die komplexe Fourier-Reihe von $2e^{\mathrm{i}x}\sin x$	
c)	$\displaystyle\iiint_{r\leq 1} r\,dV$	
d)	das Residuum von $\sin(1/z)$ bei $z=0$	
e)	die periodische Lösung von $u'' - 4u = \sin t$	

Aufgabe 2 (10 Punkte): Bestimmen Sie für die Differentialgleichung

$$u'' + 5u' + 4u = \cos(2t)$$

a) die periodische Lösung $u_p = c\cos(\omega t + \delta)$

b) die allgemeine Lösung.

Aufgabe 3 (10 Punkte): Bestimmen Sie für das Differentialgleichungssystem

$$u' = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} u$$

den Typ (Sattel, Knoten, Spirale oder Zentrum) des kritischen Punktes $(0,0)$, die allgemeine Lösung sowie die Lösung zu dem Anfangswert $u(0) = (1,0)^t$.

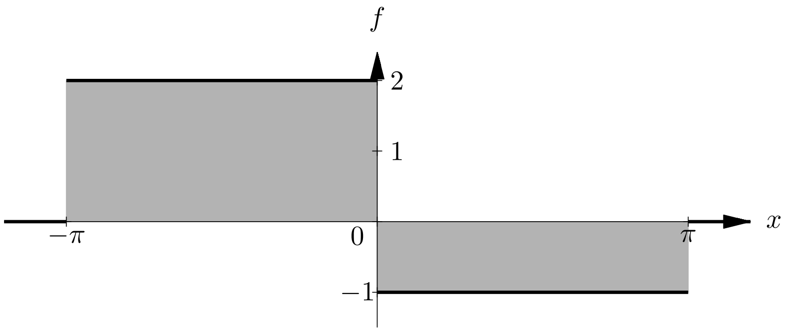
Aufgabe 4 (10 Punkte): Geben Sie für den durch

$$(\varrho, \varphi) \mapsto \begin{pmatrix} \varrho\cos\varphi \\ \varrho\sin\varphi \\ \varrho \end{pmatrix}, \qquad 0 \le \varrho \le 1, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi\,,$$

parametrisierten Kegelmantel S mit Rand $C:\ \varphi \to (\cos\varphi, \sin\varphi, 1)^{\mathrm{t}}$ die nach außen gerichtete Normale $\vec{n}^0$ sowie das Fächenelement dS an und berechnen Sie für $\vec{F} = (z^3,\ x,\ y^2)^{\mathrm{t}}$

$$\operatorname{rot}\vec{F}, \qquad \left|\iint\limits_S \operatorname{rot}\vec{F}\cdot d\vec{S}\right|, \qquad \iint\limits_S z\,dS.$$

Aufgabe 5 (10 Punkte): Bestimmen Sie für die abgebildete Funktion



die Fourier-Transformierte $\hat{f}$ sowie die komplexen Fourier-Koeffizienten c_k der 2π-periodischen Fortsetzung. Berechnen Sie außerdem

$$\int\limits_{\mathbb{R}} \left|\hat{f}\right|^2 \qquad \text{und} \qquad \sum_{k\in\mathbb{Z}} |c_k|^2\,.$$

Aufgabe 6 (10 Punkte): Bestimmen Sie für

$$f(z) = \frac{1}{z(z-3)}$$

a) die Partialbruchzerlegung **b)** die beiden Residuen **c)** $\left|\int\limits_{|z|=2} f(z)\,dz\right|$

d) den Konvergenzradius der Taylor-Entwicklung im Punkt $z = 2 + \mathrm{i}$

e) die im Kreisring $0 < |z| < 3$ konvergente Laurent-Entwicklung $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$.