

Klausur

für mach, umw, fmt, bau, immo, tema, und zugehörige Technikpädagogik

Hinweise:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig**.
- Erlaubte Hilfsmittel: 10 eigenhändig beschriebene Blätter DIN A4.
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen**.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 22. Oktober 2008 statt. Details hierzu werden per Aushang am Institut (bei Zimmer V 57.7.555) und auf der Internet-Seite zur Veranstaltung bekanntgegeben.
<http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Kaltenbacher-WS0708/>
- Die Prüfungsergebnisse sind voraussichtlich ab 20. Oktober 2008 über das Studentensystem der Universität Stuttgart (studIUS) zu erfragen.
<https://studius.uni-stuttgart.de/>

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

Hinweis im Falle einer Wiederholungsprüfung

Falls diese Prüfung für Sie eine Wiederholungsprüfung ist, so ist für bestimmte Fachrichtungen in dieser Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung eingeschlossen, wenn das Ergebnis des schriftlichen Teils schlechter als die Note 4,0 ausfällt.

Wird in Ihrem Fall eine mündliche Nachprüfung erforderlich, so vereinbaren Sie zwischen 28. und 30. Oktober 2008 jeweils von 12.30h bis 13.30h bei Prof. Dr. B. Kaltenbacher, Zimmer V 57.8.550, Telefon 0711/685-65342, einen Termin hierfür. Eine individuelle Benachrichtigung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit der Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtung an.

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Gegeben ist

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie *die* Lösung f des Differentialgleichungssystems $Y' = AY$, die das Anfangswertproblem $f(0) = v$ löst.

Aufgabe 2: (22 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'' - 2y' + y = 2e^x - e^x(1+x)\sin(x).$$

Bestimmen Sie den Lösungsraum.

Aufgabe 3: (15 Punkte)

Gegeben ist die Menge

$$B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x + y \leq 1\}$$

und das Vektorfeld

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: (x, y) \mapsto (x^2 + y(y-1), x).$$

Die mit einer positiv orientierten, regulären Parametrisierung versehene Randkurve von B sei mit K bezeichnet.

Bestimmen Sie:

$$\int_K g(s) ds.$$

Aufgabe 4: (7 Punkte)

Gegeben ist das Vektorfeld:

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} e^{x_2} \\ 2x_1 \end{pmatrix}$$

Stellen Sie Phasen-Differentialgleichungssysteme auf und gewinnen Sie damit ein erstes Integral u auf \mathbb{R}^2 .

Aufgabe 5: (8 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \pi + 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right).$$

Entwickeln Sie f in eine Fourier-Reihe. Geben Sie hierzu eine Definition der Fourier-Koeffizienten a_0 sowie a_m und b_m für $m \in \mathbb{N}$ an, und bestimmen Sie diese explizit.