Klausur der Diplomvorprüfung

für **aer, bau, geod, iui, tpbau**

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig beschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In **den Aufgaben 1 – 4** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In **den Aufgaben 5 und 6** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden vorausssichtlich ab 10. 10. 2008 über das Studenteninformationssystem Universität Stuttgart (`https://studius.uni-stuttgart.de/`) bekanntgegeben.

Viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom **13. 10.** bis **23. 10. 2008** bei Frau Stein (Raum V57.8.130, nur vormittags) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (*7 Punkte*) Gegeben sind

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -5 \\ 3 & -4 & 4 \\ 4 & -3 & \alpha \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix},$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$.

(a) Berechnen Sie die Inverse von A_4.

(b) Bestimmen Sie, für welche α das lineare Gleichungssystem $A_\alpha x = b$ keine, genau eine bzw. unendlich viele Lösungen besitzt.

Aufgabe 2 (*8 Punkte*)

(a) Untersuchen Sie, ob Konvergenz vorliegt und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert für

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x \,\mathrm{d}\, x\,.$$

(b) Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_{-1}^{1} \max\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x, 3^x\right\} \mathrm{d}\, x$.

Aufgabe 3 (*5 Punkte*) Beweisen Sie die folgenden Ungleichungen.

(a) $(\sin x)^n > (\sin x)^{n+1}$ für alle $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

(b) $\displaystyle\frac{1}{3} \leqq \int_4^7 \frac{x-3}{x+5} \,\mathrm{d}\, x \leqq 1$.

(c) $\displaystyle\ln(1+x) > \frac{x}{1+x}$ für alle $x \in [1,2]$.

Aufgabe 4 (*9 Punkte*) Gegeben sind die Kurve

$C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^3\colon t \mapsto (t,\ t^2,\ 1)^\intercal$, die Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \sqrt{x^2+3y+z}$

sowie die Vektorfelder

$$g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x,y)^\intercal \mapsto (2x + y\cos(xy),\ 2x\cos(xy) - e^y)^\intercal$$

und

$$h\colon \mathbb{R} \times (-1,\infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z)^\intercal \mapsto \left(3x^2\ln(y+1),\ \frac{x^3}{y+1} + z^2,\ 2yz + \sin(z)\right)^\intercal.$$

(a) Berechnen Sie die Rotation und Divergenz von g. Besitzt g ein Potential?

(b) Das Vektorfeld h besitzt ein Potential. Berechnen Sie dieses.

(c) Berechnen Sie die Kurvenintegrale

$$\int_C f(s)\,\mathrm{d}\, s \qquad \text{und} \qquad \int_C h(x) \bullet \mathrm{d}\, x$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe 5 (*7 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \colon (x, y)^\intercal \mapsto \frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right)} .$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten von f.

$\operatorname{grad}(f) =$

(b) Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $P = (1, 1, f(1, 1))$ an.

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f.

(d) Bestimmen Sie den Typ der kritischen Punkte.

Aufgabe 6 (*4 Punkte*)

(a) Bestimmen Sie zu $w = -3 + 3i$ die Polarkoordinatendarstellung $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ mit $0 \leqq r$, $0 \leqq \varphi < 2\pi$.

$r =$		$\varphi =$	

(b) Geben Sie alle Lösungen von $z^4 = 16\left(\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right)$ in der Form $z = x + yi$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ an.

$z_1 =$		$z_2 =$	
$z_3 =$		$z_4 =$	