Klausur der Diplomvorprüfung

für **aer, autip, bau, fmt, geod, iui, mach, tema, tpbau, tpmach, utech, verf, wewi**

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig beschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In **den Aufgaben 1 – 3** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In **den Aufgaben 4 und 5** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\|x\|$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden vorausssichtlich ab 10. 10. 2008 über das Studenteninformationssystem Universität Stuttgart (`https://studius.uni-stuttgart.de/`) bekanntgegeben.

Viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom **13. 10.** bis **23. 10. 2008** bei Frau Stein (Raum V57.8.130, nur vormittags) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (*12 Punkte*) Gegeben sei die Quadrik

$$\{x \in \mathbb{R}^3 \mid 25x_1^2 + 14x_2^2 + 96x_2x_3 - 14x_3^2 + 50x_1 + 160x_2 + 120x_3 + 175 = 0\} \ .$$

Geben Sie die Matrixbeschreibung der Quadrik an. Bestimmen Sie die euklidische Normalform der Quadrik und geben Sie auch die zugehörige Koordinatentransformation an. Bestimmen Sie weiter anhand der Normalform die Gestalt der Quadrik.

Aufgabe 2 (*7 Punkte*) Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{3x - \sin x}$

(b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^x - x}{\ln x - x + 1}$

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ für die Funktionen

$$\begin{array}{llrl} & f\colon & \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon & x \mapsto f(x) = \begin{cases} (\sin x)^2, & x < 0 \\ x^2, & x \geqq 0 \end{cases} \\ \text{und} & g\colon & \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}\colon & x \mapsto \ln(\cos x). \end{array}$$

Aufgabe 3 (*8 Punkte*) Geben Sie jeweils den Entwicklungspunkt und den Radius des Konvergenzkreises der folgenden komplexen Potenzreihen an.

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n^2+1}(z-i)^n$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+2n+1}{n^2}\right)^{\frac{n^2}{2}} (z-2i+1)^n$

(c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{9}(z^2+2z+1)\right)^n$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe 4 (*11 Punkte*) Mit Hilfe der Methode von Lagrange sollen die Minima und Maxima der Funktion

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}\colon (x,y)^\intercal \mapsto e^{x^3+y^3+3x^2y+3xy^2+x+y}$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2+2y^2=12$$

bestimmt werden.

(a) Geben Sie das System von Gleichungen an, das die Multiplikatormethode liefert.

(b) Welche Gestalt hat die Lösungsmenge der Gleichung $\operatorname{grad} f = (0,0)^\intercal$?

☐ ein Punkt ☐ eine Gerade ☐ Hyperbel ☐ Kreis ☐ leere Menge

☐ Rechteck ☐ Parabel ☐ Fünfeck ☐ zwei Geraden ☐ Halbebene

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte unter der Nebenbedingung.

(d) Bestimmen Sie jeweils den Typ der kritischen Punkte.

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Gegeben sind die Mengen

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z) \leqq -\operatorname{Re}(z)\} \qquad \text{und} \qquad M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid 2|z| \leqq \arg(z)\}$$

mit $0 \leqq \arg(z) < 2\pi$ in der komplexen Zahlenebene. Skizzieren Sie M_1, M_2 und $M_1 \cap M_2$.