

Klausur der Diplomvorprüfung

für aer

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Bearbeitungszeit: 120 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: **10 Blätter DIN A4 eigenhändig beschrieben.**
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind nicht zulässig!
- Lesen Sie zunächst die Aufgabenstellungen aufmerksam durch und beachten Sie, dass je nach Lösungsweg die gegebenen Hinweise hilfreich sein können.
- In allen Aufgaben sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 13. 10. 2010 über das Studenteninformationssystem der Universität Stuttgart (<https://lsf.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom 1. 11. bis zum 5. 11. 2010 bei Frau Mebus (Tel. 0711 685 60125; anja.mebus@mathematik.uni-stuttgart.de) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (14 Punkte)

Gegeben sei die Fläche S mit

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| \leq \frac{\pi}{2}, z = \cos(x + y) \right\}.$$

a) Skizzieren Sie die Menge

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$$

b) Geben Sie eine Parametrisierung von S an, die die Variablen $u = x - y$ und $v = x + y$ verwendet.

c) Berechnen Sie

$$\int_{\partial S} G(x, y, z) \cdot d(x, y, z)$$

für das Vektorfeld

$$G(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ z(x - y) \\ x - y \end{pmatrix},$$

wobei ∂S den Rand der Fläche S bezeichnet.

Aufgabe 2 (15 Punkte)

a) Transformieren Sie die gewöhnliche Differentialgleichung

$$2y'''(x) + 2y''(x) - 8y'(x) = 4x^2$$

auf ein System erster Ordnung.

b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$xy'(x) = 2y(x) + x^2 - 3x, \quad y(1) = 3.$$

c) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$xy(x) - 1 + y(x) + xy'(x) = 0.$$

Bestimmen Sie einen integrierenden Faktor und die Lösung des Anfangswertproblems mit $y(1) = 0$.

Aufgabe 3 (9 Punkte)

a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von $f(x) = e^{-|x|}$, $x \in \mathbb{R}$.

b) Die Laplace-Transformierte von $g(x) = \cosh(x)$ lautet $\mathcal{L}(g)(s) = \frac{s}{s^2-1}$. Bestimmen Sie damit die Laplace-Transformierten von $g_1(x) = \cosh(3x + 1)$ sowie von $g_2(x) = \sinh(x)$.

Erinnerung: $\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Bestimmen Sie die Charakteristiken der partiellen Differentialgleichung

$$4x\partial_x u(x, y) + (3x + y)\partial_y u(x, y) = x^2(9y + 3x).$$

Berechnen Sie die Lösung $u(x, y)$ für die Anfangswerte $u(1, y) = y + 8$.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bei der Herstellung eines Rechners werden die Geräte in zwei Qualitätsgruppen eingeteilt: Ein Gerät vom Typ I übersteht die Garantiezeit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8, während ein Gerät vom Typ II mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.7 noch vor Ablauf der Garantiezeit repariert werden muss. 20% aller Rechner sind vom Typ I.

- Sie kaufen sich einen Rechner. Mit welcher Wahrscheinlichkeit übersteht Ihr Gerät die Garantiezeit ohne Reparatur?
 - Leider muss Ihr Rechner noch während der Garantiezeit zur Reparatur. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Ihr Gerät vom Typ I?
-

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Ein Student schreibt eine Prüfung, die aus zwei Teilen besteht. Jeder Teil wird unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit p bestanden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Student

- nur den zweiten Teil besteht,
 - den zweiten Teil besteht, wenn er im ersten Teil durchgefallen ist,
 - mindestens einen Teil besteht.
-