

Klausur

für bau, ernen, fmt, IuI, mach, tema, umw, verf

Hinweise:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig**.
- Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen**.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 17. bis 21. Oktober 2011 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite zur Veranstaltung bekanntgegeben.
<http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1011/>
- Die Prüfungsergebnisse sind voraussichtlich ab dem 14. Oktober 2011 über das Online-Portal LSF der Universität Stuttgart zu erfragen.
<https://lsf.uni-stuttgart.de/>

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

Hinweis im Falle einer Wiederholungsprüfung

Falls diese Prüfung für Sie eine Wiederholungsprüfung ist, so ist für bestimmte Fachrichtungen in dieser Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung eingeschlossen, wenn das Ergebnis des schriftlichen Teils schlechter als die Note 4,0 ausfällt.

Wird in Ihrem Fall eine mündliche Nachprüfung erforderlich, so vereinbaren Sie am 02. oder 03. November 2011 jeweils von 13.00h bis 14.00h bei Frau Eberts, Zimmer V 57.8.551, Telefon 0711/685-65382, einen Termin hierfür. Eine individuelle Benachrichtigung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit der Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtung an.

Aufgabe 1: (9 Punkte)

Gegeben seien die beiden Mengen

$$M_1 := \left(\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 4, x - 4 \leq y \leq \frac{1}{4}(x - 4)^2\} \right. \\ \left. \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -4 \leq x \leq 0, -\frac{1}{4}(x + 4)^2 \leq y \leq x + 4\} \right)$$

und

$$M_2 := [-4, 4] \times [-1, 1].$$

Mit diesen Mengen bilden wir $M := M_1 \setminus M_2$.

- (a) Fertigen Sie eine Skizze von M an.
 (b) Bestimmen Sie für $f(x, y) = |x|$ den Wert des Integrals

$$\iint_M f(x, y) \, dx \, dy.$$

Aufgabe 2: (9 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'' + 9y = 3 \sin(3x).$$

- (a) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung.
 (b) Bestimmen Sie die Lösung f , welche die Bedingungen

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \quad \text{und} \quad f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{5}{4}\pi$$

erfüllt.

Aufgabe 3: (12 Punkte)

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$y' = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 2e^{3x} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Gegeben ist die 2π -periodische Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{für } -\pi \leq x < 0, \\ \frac{2}{\pi}x, & \text{für } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

- (a) Entwickeln Sie f in eine reelle Fourier-Reihe.
 (b) Untersuchen Sie, ob f eine 2π -periodische Stammfunktion F besitzt. Wenn ja, geben Sie eine Fourier-Reihe von F an.