Klausur für Studierende der Fachrichtung **Wirtschaftsinformatik** 17. August 2016

Bitte unbedingt beachten:

- **Bearbeitungszeit:** 180 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 2 eigenhändig beschriebene DIN A4–Seiten sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechengeräte.
- **Aufgaben 1–4:** Nur die Endergebnisse werden gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Lösungsweg und Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- **Aufgaben 5–8:** Alle Lösungswege und Begründungen sind anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die folgenden Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte dürfen ohne Herleitung verwendet werden ($a \neq 0$).

$f(x)$	x^a	$x\ln x - x$	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{d}{dx}f(x)$	$a\,x^{a-1}$	$\ln x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$f(x)$	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{d}{dx}f(x)$	e^x	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- In der Klausur können insgesamt maximal **60 Punkte** erreicht werden.
- Die **Prüfungsergebnisse** werden voraussichtlich bis zum 30. 8. 2016 an das Prüfungsamt übermittelt und können dann über das Online–Portal LSF abgefragt werden.

  Viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Voraussetzungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich im Zeitraum vom 01. 09. 2016 bis zum 20. 09. 2016 in Raum V57.8.158 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (je 1 Punkte): Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen zutreffen, indem Sie jeweils w (wahr) oder f (falsch) in die Kästchen eintragen.

a) Die Ableitung eines Polynoms ist ein Polynom. ☐

b) Für jedes Polynom p gilt $\lim_{x\to\infty}(e^{-x}p(x)) = 0$. ☐

c) Die Graphen der Funktionen $f(x) = 1 + xe^x$ und $g(x) = \sqrt{1+2x}$ besitzen eine gemeinsame Tangente an der Stelle $x = 0$. ☐

d) Es gibt differenzierbare Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $2f + 3g$ nicht differenzierbar ist. ☐

e) Sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine streng monoton wachsende Funktion. Dann besitzt die Funktion $f(x) = e^{g(x)}$ keine Extremstelle. ☐

f) Die Gleichung $y = 1 + \sqrt{x^2 + 1}$, mit $x \in \mathbb{R}$, beschreibt die obere Hälfte eines Kreises in der xy-Ebene. ☐

Aufgabe 2 (je 2 Punkte): Berechnen Sie:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} =$ ☐

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^4+1} + x}{x^2 + 3} =$ ☐

c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k =$ ☐

d) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos x \sin^4 x \, dx =$ ☐

e) $\displaystyle\int_0^t xe^x \, dx =$ ☐

f) $3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$ ☐

Aufgabe 3 (2 + 2 + 2 Punkte): Gegeben sei die Funktion f durch

$$f(x) = 2x\cos x + e^x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

a) Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion f:

$f'(x) =$ $\qquad$ $f''(x) =$

b) Geben Sie das quadratische Taylor-Polynom p_2 von f um die Entwicklungsstelle 0 an:

$p_2(x) =$

c) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente T an den Graphen von f an der Stelle 0:

$T: \ y =$

Aufgabe 4 (2 + 3 Punkte): Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 2 \quad \text{und} \quad g(x) = x^3 + 2x^2 + 2, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

a) Bestimmen Sie die Stellen x_1 und x_2, an denen sich die Graphen von f und g schneiden.

$x_1 =$ $\qquad$, $\quad x_2 =$

b) Berechnen Sie den Inhalt A der zwischen den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche.

$A =$

Aufgabe 5 (8 + 3 Punkte): Gegeben sei die Funktion

$$f(x) \;=\; 1 - \frac{5}{x^2 \;-\; 4}\,.$$

a) Untersuchen Sie die Funktion f auf Nullstellen, Asymptoten und kritische Stellen. Geben Sie zu jeder Extremstelle den zugehörigen Funktionswert und den Typ des Extremums (Maximum oder Minimum) an.

b) Skizzieren Sie den Graphen von f und zeichnen Sie die in **a)** berechneten Punkte und Asymptoten in Ihre Skizze ein.

Aufgabe 6 (5 Punkte): Der Preis p, der pro Einheit aus der Produktion und dem Verkauf von x Einheiten eines Gutes erzielt werden, ist $p(x) = 900 - x^2$, $0 \leq x \leq 30$. Die Kosten für die Produktion und den Verkauf von x Einheiten sind $k(x) = 10000 - 300x$. Bestimmen Sie den Wert von x, der den Gewinn G maximiert. Hinweis: $G(x) = xp(x) - k(x)$.

Aufgabe 7 (2 + 3 + 2 Punkte): Gegeben seien

$$A \;=\; \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{b} \;=\; \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Determinante von A.

b) Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$.

c) Berechnen Sie $B = AA^{\mathrm{t}} - A^{\mathrm{t}}A$.

Aufgabe 8 (3 + 5 Punkte): Gegeben sei die Funktion $f(x,y) \;=\; 3xy - x^3 - y^3$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

a) Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse–Matrix von f.

b) Bestimmen Sie alle lokalen Extremstellen von f, und geben Sie zu jeder Extremstelle den zugehörigen Funktionswert und den Typ des Extremums (Maximum oder Minimum) an.
