# Klausur zur Höheren Mathematik III

für **bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk**

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten.
- **Erlaubte Hilfsmittel:** 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 23.10.2017 über das Online–Portal LSF (`https://lsf.uni-stuttgart.de/`) bekanntgegeben.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 23.10.2017 bis 27.10.2017 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite der Veranstaltung bekannt gegeben.

  (`http://mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1617/`)

Viel Erfolg!

**Hinweise für Wiederholer:**
Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.
Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen vom **06.11.2017** bis **07.11.2017** jeweils zwischen 11:00 und 13:00 Uhr mit Matthias Ohst (Raum V 57.7.351) einen Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.
Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

---

**Aufgabe 1** (*10 Punkte*) Sei

$$D := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \colon\ z = xy + 1 \ \text{und}\ x^2 + y^2 \leqq 1\}.$$

**(a)** (*6 Punkte*) Berechnen Sie den Flächeninhalt von $D$.

**(b)** (*4 Punkte*) Sei ferner

$$B := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \colon\ z = x^2 + xy + y^2 \ \text{und}\ x^2 + y^2 \leqq 1\}.$$

Berechnen Sie den Ausfluss des Vektorfeldes $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x+y \\ y-x \\ x^2+y^2+z \end{pmatrix}$$

durch die geschlossene Fläche $D \cup B$.

---

**Aufgabe 2** (*12 Punkte*) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y^{(4)} - 6y^{(3)} + 10y^{(2)} = 3\sin(x) + 120x + 8\ .$$

**(a)** (*10 Punkte*) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung.

**(b)** (*2 Punkte*) Bestimmen Sie alle Lösungen, welche die Bedingung

$$f(0) = \frac{11}{13}$$

erfüllen. Von wie vielen Parametern hängen sie ab?

---

**Aufgabe 3** (*10 Punkte*)

Gegeben sind

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h(x) := \begin{pmatrix} 4e^{x} \\ -8e^{-2x} \end{pmatrix}.$$

**(a)** (*4 Punkte*) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von $A$.

**(b)** (*1 Punkt*) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems

$$y' = Ay\,.$$

**(c)** (*5 Punkte*) Bestimmen Sie *alle* Lösungen des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$y' = Ay + h(x)\,.$$

---

**Aufgabe 4** (*8 Punkte*) Gegeben ist die $2\pi$-periodische Funktion $f$ mit

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{für } x \in [-\pi, 0), \\ x^2 & \text{für } x \in [0, \pi), \end{cases} \qquad f(x + 2\pi) = f(x).$$

**(a)** (*6 Punkte*) Berechnen Sie die reelle Fourier-Reihe von $f$.

**(b)** (*2 Punkte*) Bestimmen Sie für alle $x \in \mathbb{R}$ den Grenzwert der Fourier-Reihe.

---