



Prof. Dr. M. Griesemer  
M.Sc. M. Klumpp  
M.Sc. D. Maier  
M.Sc. D. Wittwar

Modulprüfung zur Vorlesung  
**Höhere Mathematik III**  
**el**  
WS 2018/2019

Mittwoch 27. Februar 2019, 14:00 – 16:00,

Nachname: _____	Matrikelnr.: _____	Studiengang: _____
Vorname: _____	<input type="checkbox"/> BSc <input type="checkbox"/> MSc <input type="checkbox"/> _____	_____

vom Korrektor auszufüllen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Max. Punktzahl	5	4	6	4	6	7	32
Punktzahl							

Bitte beachten Sie die folgenden Hinweise:

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- Bearbeitungen mit **Bleistift oder Rotstift** sind **nicht zulässig!**
- **Erlaubte Hilfsmittel:** 2 **eigenhändig** beschriebene DIN-A4-Seiten (oder ein DIN-A4-Blatt). Insbesondere sind elektronische Hilfsmittel **nicht** erlaubt.
- Verstauen Sie Ihr **Smartphone/Handy ausgeschaltet** oder im **Flugmodus** in Ihren **Taschen**.
- Bei **allen Aufgaben** sind sämtliche **Lösungswege und Begründungen** anzugeben, sowie **Endergebnisse hervorzuheben** (z.B. durch Einrahmen, Unterstreichen). Die reine **Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht!**
- Beginnen Sie **jede Aufgabe** auf einem **neuen Blatt**.
- Der Prüfungsraum darf **endgültig** erst **nach Ablauf** der Bearbeitungszeit **verlassen** werden.
- Bitte halten Sie Ihren **Studierendenausweis** bereit!

**Viel Erfolg!**



**Aufgabe 1** ..... **1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5P**

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- (a) Jede Nullmenge ist abgeschlossen.
- (b) Eine offene Menge  $M \neq \emptyset$  kann keine Nullmenge sein.
- (c) Aus  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$  für alle  $x \in [0, 1]$  folgt

$$\int_{[0,1]} f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,1]} f_n(x) dx.$$

- (d) Jede stetige Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ist integrierbar.
- (e) Die Differentialgleichung  $xe^y y' + e^y = 0$  ist exakt.

**Aufgabe 2** ..... **4P**

Sei  $B \subset \mathbb{R}^2$  die Menge im ersten Quadrant ( $x, y > 0$ ) mit  $1 \leq xy \leq 2$  und  $1 \leq \frac{y}{x} \leq 2$ . Berechnen Sie

$$\int_B y d(x, y),$$

indem Sie das Integral erst auf die Koordinaten  $u = xy$  und  $v = \frac{y}{x}$  transformieren.

**Aufgabe 3** ..... **2 + 1 + 1 + 2 = 6P**

Es sei  $S \subset \mathbb{R}^3$  die Fläche gegeben durch

$$S := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z + \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1, z \geq 0 \right\}$$

- (a) Bestimmen Sie  $B \subset \mathbb{R}^2$  und  $f : B \rightarrow \mathbb{R}$  derart, dass sich  $S$  als Graph der Funktion  $f$  schreiben lässt.
- (b) Berechnen Sie die Flächeninhalt  $\sigma(S)$ .
- (c) Geben Sie eine Parameterdarstellung der Randkurve  $\partial S$  an.
- (d) Berechnen Sie für das Vektorfeld  $\vec{v}(x, y, z) = (yz, 0, xy/2)$  das Integral

$$\int_S \langle \text{rot}(\vec{v}), \vec{n} \rangle d\sigma,$$

wobei  $\vec{n}$  den Einheitsnormalenvektor mit positiver  $z$ -Komponente bezeichnet.



