

Klausur zur Höheren Mathematik III

für bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten.
- **Erlaubte Hilfsmittel**: 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 15.04.2019 über das Online-Portal Campus (<https://campus.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 23.04.2019 bis 26.04.2019 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite der Veranstaltung bekannt gegeben.
(<http://mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr/HM-Knarr-WS1819/>)

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

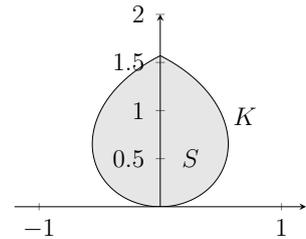
Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen vom **29.04.2019** bis **30.04.2019** jeweils zwischen 12:00 und 13:30 Uhr mit Mikhail Gorskii (Raum 7.561) einen Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es seien ein Gebiet $S \subseteq \mathbb{R}^2$ mit Parametrisierung $\Phi : [0, 1] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2$ und ein Vektorfeld $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$\Phi(r, \varphi) = \begin{pmatrix} r\varphi \cos \varphi \\ r\varphi \sin \varphi \end{pmatrix}, \quad g(x, y) = \begin{pmatrix} -12y \\ 12x \end{pmatrix}.$$



- (a) Berechnen Sie $\operatorname{rot} g$ und $\operatorname{div} g$.
- (b) Geben Sie eine Parametrisierung des Randes $K = \partial S$ an.
- (c) Berechnen Sie die Zirkulation $Z(g, K)$.
- (d) Berechnen Sie den Flächeninhalt von S .

Aufgabe 2 (5 Punkte) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' + \frac{1}{x}y = 6e^{x^2}, y(1) = 0, x > 0.$$

Aufgabe 3 (9 Punkte) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y^{(4)} - y = e^{-x} + e^x.$$

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung.

Aufgabe 4 (6 Punkte) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$y' = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} y.$$

Aufgabe 5 (10 Punkte) Gegeben ist die 2π -periodische Funktion f mit

$$f(x) := x(x + \pi) \quad \text{für } x \in [-\pi, \pi].$$

- (a) (2 Punkte) Skizzieren Sie f auf dem Intervall $(-3\pi, 3\pi)$.
- (b) (6 Punkte) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von f .
- (c) (2 Punkte) Bestimmen Sie für alle $x \in [-2\pi, 2\pi]$ den Grenzwert der Fourierreihe.