Nachname:	Matrikelnr.:	Studiengang: ☐ wiwi ☐ winf ☐ t.o. bwl ☐ NF bau ☐ ______
Vorname:	Gruppennr.:	

vom Korrektor auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	**Summe**	Korrektor

Klausur zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Modul 100050 & 581201

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 180 Minuten
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In den **Aufgaben 1-7** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- In den **Aufgaben 8-15** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes abgegebene Blatt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 15. 04. 2020 über das Campus-System der Universität Stuttgart (`https://campus.uni-stuttgart.de/`) bekannt gegeben.
- **Hinweise für Wiederholer:**
  Wer diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreibt und nicht besteht, ist selbst dafür verantwortlich sich zu erkundigen, ob er eine zugehörige mündliche Nachprüfung erhält, und sich gegebenenfalls beim Prüfer anzumelden. Diese Anmeldung hat bis zum 29.04.2020 zu erfolgen.

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1 (*2 Punkte*)

Gegeben seien die Funktionen $f(x) = 2\cos(x)\sin(x)$ und $g(x) = \sin(5e^x)$.

Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen:

$f'(x) = \boxed{}$ $\quad g'(x) = \boxed{}$

Aufgabe 2 (*2 Punkte*)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{R}^2$ des Gleichungssystems $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ mit:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}. \qquad \mathcal{L} = \left\{ \boxed{} \right\}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{R}$ der Gleichung

$$\frac{|x-4|}{x+2} = \frac{x-1}{x+7}. \qquad \mathcal{L} = \left\{ \boxed{} \right\}$$

Aufgabe 4 (*1+2=3 Punkte*)

(a) In einem Sparvertrag seien $K_0 = 8000$ Euro mit 50% Jahreszins angelegt. Die am Ende eines jeden Jahres einzuzahlenden Sparrate beträgt $R = 400$ Euro (nachschüssige Zahlung). Wieviel Kapital K_3 ist nach Ablauf von 3 Jahren vorhanden?

$$K_3 = \boxed{}$$

(b) Seien 1000 Euro zu einem Jahreszins von 2% angelegt. Berechnen Sie die Kapital-Funktion $K(t)$ und die Wachstumsrate $R_K(t)$.

$K(t) = \boxed{}$ $\quad R_K(t) = \boxed{}$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 16 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ von A:

$\lambda_1 = \boxed{}$ $\quad \lambda_2 = \boxed{}$ $\quad \lambda_3 = \boxed{}$

Aufgabe 6 (*3+2=5 Punkte*)

(a) Geben Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der folgenden Gleichung in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an:

$$(z+2)^2 = 9i.$$

(b) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an:

$$\left(\frac{\sqrt{3} - i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3 = \qquad\qquad \overline{\left(\frac{10}{1-i}\right)} =$$

Aufgabe 7 (*2 Punkte*)

Gegeben sei die komplexe Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2)^n}{3^n + 1}.$$

Bestimmen Sie den Entwicklungspunkt z_0 sowie den Konvergenzradius ρ:

$$z_0 = \qquad\qquad \rho =$$

Aufgabe 8 (*2+3+3=8 Punkte*)

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\displaystyle\int_0^1 e^{-2x} + 3 \, \mathrm{d}x$ **(b)** $\displaystyle\int \frac{5x-7}{x^2 - 2x - 3} \, \mathrm{d}x$ **(c)** $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{2 + \cos(2x)}} \, \mathrm{d}x$

Aufgabe 9 (*5 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinante $\det \boldsymbol{A}$, den Rang $\operatorname{Rg} \boldsymbol{A}$ und die inverse Matrix $\boldsymbol{A}^{-1}$.

Aufgabe 10 (*2+1=3 Punkte*)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

(a) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{6x \ln(x)}{x \ln(x) + x - 1}$ **(b)** $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 - n}$

Aufgabe 11 (*2+2=4 Punkte*)

(a) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

$$\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)^n$$

(b) Berechnen Sie den Wert der folgenden Reihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$$

Aufgabe 12 (*2+3+2+2=9 Punkte*)

Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\quad (x,y)\mapsto f(x,y):=(x^2-2y^2)e^{-(x+y)}.$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x,y)$.

(b) Berechnen Sie die Hesse-Matrix $H_f(x,y)$.

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f.

(d) Klassifizieren Sie die kritischen Stellen von f (Minimum, Maximum, Sattelpunkt).

Aufgabe 13 (*2+2=4 Punkte*)

Sei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ die stetige Funktion mit

$$f(x)=\begin{cases}7x^2-\frac{5}{4}, & \text{falls } x<\frac{1}{2}\\[2ex] 21\ln(2x)+\frac{1}{2}, & \text{falls } x\geqq\frac{1}{2}\end{cases}$$

Bestimmen Sie die linksseitige und rechtsseitige Ableitung an der Stelle $x_0=\frac{1}{2}$, d.h. berechnen Sie:

(a) $\lim\limits_{x\to x_0-0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

(b) $\lim\limits_{x\to x_0+0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

Aufgabe 14 (*3 Punkte*)

Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion über $n\in\mathbb{N}$, dass

$$\sum_{i=1}^{n}i^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

für alle $n\in\mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 15 (*4 Punkte*)

Lösen Sie die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\begin{cases}u'(t)-t^2u(t)=0, \quad t>1\\[2ex] u(1)=e^{-2/3}\end{cases}$$

Sie dürfen dabei annehmen, dass $u(t)>0$ für alle $t>1$ gilt.