

Klausur zur Höheren Mathematik III

für bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten.
- **Erlaubte Hilfsmittel**: 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 02.11.2020 über das Online-Portal Campus (<https://campus.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.
- Information zur Klausureinsicht wird auf der Internet-Seite der Veranstaltung bekannt gegeben. (<http://mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr/HM-Knarr-WS1920/>)

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen einen entsprechenden Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei der in Kugelkoordinaten parametrisierte Körper $W := \text{Im } \Phi \subseteq \mathbb{R}^3$ und das Vektorfeld $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ durch

$$\Phi : [1, 2] \times [0, 2\pi] \times [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(r, \varphi, \vartheta) \mapsto \begin{pmatrix} r \cos \varphi \sin \vartheta \\ r \sin \varphi \sin \vartheta \\ r \cos \vartheta \end{pmatrix}, \quad g(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + 4xy + y^4 - z \\ x^3 - y + e^z \\ \cos x + \sin y - 4yz + z \end{pmatrix}$$

- (3 Punkte) Berechnen Sie das Volumen $V(W)$.
- (2 Punkte) Berechnen Sie $A(g, \partial W)$ unter Verwendung des Satzes von Gauß.
- (5 Punkte) Berechnen Sie den Schwerpunkt p des Körpers W .

Hinweis: Der Schwerpunkt eines Körpers $K \subseteq \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch

$$p_K = \frac{1}{V(K)} \begin{pmatrix} \iiint_K x \, dx \, dy \, dz \\ \iiint_K y \, dx \, dy \, dz \\ \iiint_K z \, dx \, dy \, dz \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (11 Punkte)

Berechnen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung

$$y^{(4)} + 3y'' - 4y = -3 \cos(x) + 20e^x.$$

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$y' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} e^{2x} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei die 2π -periodische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x) := \frac{x}{2} \quad \text{für } x \in (0, 2\pi].$$

- (2 Punkte) Skizzieren Sie den Graphen auf dem Intervall $(-4\pi, 4\pi]$;
- (6 Punkte) Bestimmen Sie die reelle Fourierreihe von f .
- (2 Punkte) Bestimmen Sie für alle $x \in (-4\pi, 4\pi)$ den Grenzwert der Fourierreihe.