

Nachname:	Matrikelnr.:	Studiengang: <input type="checkbox"/> wiwi <input type="checkbox"/> winf
Vorname:		<input type="checkbox"/> t.o. bwl <input type="checkbox"/> NF bau
		<input type="checkbox"/> _____

vom Korrektor auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Summe	Korrektor

Klausur zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Modul 100050 & 581201

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 180 Minuten
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In den **Aufgaben 1-6** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- In den **Aufgaben 7-15** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes abgegebene Blatt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 16.04.2021 über das Campus-System der Universität Stuttgart (<https://campus.uni-stuttgart.de/>) bekannt gegeben.
- **Hinweise für Wiederholer:**
Wer diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreibt und nicht besteht, ist selbst dafür verantwortlich sich zu erkundigen, ob er eine zugehörige mündliche Nachprüfung erhält, und sich gegebenenfalls beim Prüfer anzumelden. Diese Anmeldung hat bis zum 30.04.2021 zu erfolgen.

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1 (1+1+2=4 Punkte) Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x) := 3 \sin(x) + \cos(2x - \pi)$. Bestimmen Sie die Ableitungen

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = \pi$:

$$T_2(f, x, \pi) =$$

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Sei für ein beliebiges $a \in \mathbb{R}$ die Matrix \mathbf{A} gegeben. Berechnen Sie die Determinante der Matrix \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ a & a \end{pmatrix}, \quad \det \mathbf{A} = \text{[]}.$$

Für welche Werte $a \in \mathbb{R}$ ist die Matrix \mathbf{A} nicht invertierbar?

$$a \in \left\{ \text{[]} \right\}.$$

Aufgabe 3 (1+1=2 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom der Matrix \mathbf{A} an:

$$\chi_{\mathbf{A}}(\lambda) =$$

(b) Berechnen Sie die beiden Eigenwerte λ_1, λ_2 von \mathbf{A} :

$$\lambda_1 =$$

$$\lambda_2 =$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = \sin(2xy^3) - z^2y$.

Bestimmen Sie die folgenden partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) =$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) =$$

Aufgabe 5 (1+2=3 Punkte) Berechnen Sie die Grenzwerte:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 7n + 3}{(n+1)^3} = \boxed{}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{5^n} = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Berechnen Sie Entwicklungspunkt z_0 sowie Konvergenzradius ρ der folgenden komplexen Reihen:

Reihe	z_0	ρ
$\sum_{n=0}^{\infty} n! (z + 2 - \sqrt{3}i)^n$		
$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{2} - 1\right)^n$		

Aufgabe 7 (1+1+4=6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto f(x, y) := \frac{1}{2}x^2 + y^2 - x^2y.$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x, y)$.

(b) Berechnen Sie die Hesse-Matrix $H_f(x, y)$.

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von $f(x, y)$ und klassifizieren Sie diese (Minimum, Maximum, Sattelpunkt).

Aufgabe 8 (2+2=4 Punkte) Berechnen Sie die Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{e^x - x - 1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3}$$

Aufgabe 9 (2+2+2=6 Punkte) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n^2}{n^2+1}\right)^n$$

$$(b) \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi n)}{n}$$

Aufgabe 10 (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{R}^3$ des Gleichungssystems $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 6 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 11 (2+3=5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int x^2 \ln(x) \, dx$

(b) $\int_0^1 \frac{x^2}{(2+x^3)^2} \, dx$

Aufgabe 12 (2+1=3 Punkte)

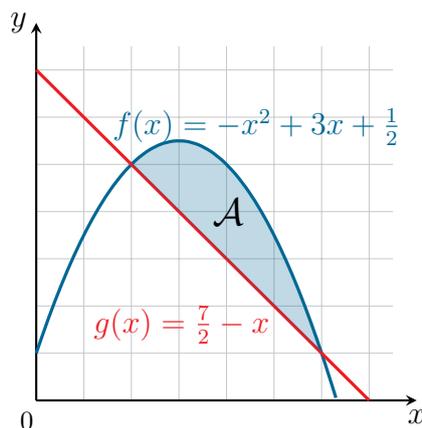
Es seien 1000 Euro zu 10% Jahreszins angelegt und als Zeiteinheit wird 1 Jahr gewählt. Es sind jährlich 50 Euro Kontoführungsgebühren fällig, die zwischen den vollen Jahren abgerechnet werden.

(a) Wie sieht die Kapitalfunktion $K(t)$ aus? Vereinfachen Sie das Ergebnis.

(b) Berechnen Sie die Wachstumsrate $R_K(t)$.

Aufgabe 13 (4 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt \mathcal{A} der Fläche die zwischen den Graphen der Funktionen $f(x) = -x^2 + 3x + \frac{1}{2}$ und $g(x) = \frac{7}{2} - x$ eingeschlossen ist.

**Aufgabe 14** (4 Punkte)

Für $z \in \mathbb{C}$ ist die folgende Ungleichung gegeben:

$$\frac{|z - 2i|}{|z - 4|} \leq 1$$

Skizzieren Sie die Lösungsmenge. Geben Sie den kompletten Lösungsweg an.

Aufgabe 15 (7 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} u'(t) = 1 - (u(t))^2, & t > 0 \\ u(0) = 0 \end{cases}$$

Hinweis: Sie dürfen $-1 < u(t) < 1$ annehmen.