

Nachname:	Matrikelnr.:	Studiengang: <input type="checkbox"/> wiwi <input type="checkbox"/> winf
Vorname:		<input type="checkbox"/> t.o. bwl <input type="checkbox"/> NF bau
		<input type="checkbox"/> _____

vom Korrektor auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Summe	Korrektor

Klausur zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Modul 100050 & 581201

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 180 Minuten
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In den **Aufgaben 1-6** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- In den **Aufgaben 7-13** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes abgegebene Blatt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 30.09.2021 über das Campus-System der Universität Stuttgart (<https://campus.uni-stuttgart.de/>) bekannt gegeben.
- **Hinweise für Wiederholer:**
Wer diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreibt und nicht besteht, ist selbst dafür verantwortlich sich zu erkundigen, ob er eine zugehörige mündliche Nachprüfung erhält, und sich gegebenenfalls beim Prüfer anzumelden. Diese Anmeldung hat bis zum 5.11.2021 zu erfolgen.

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1 (1+1=2 Punkte)

(a) Gegeben sei die Funktion $f: D \rightarrow W: f(x) = \frac{1}{x^2} + 2$ mit $D = \mathbb{R}^+$ und $W = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$.

Bestimmen Sie die Umkehrabbildung: $f^{-1}(x) =$

(b) Gegeben seien die Abbildungen $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ : g(x) = 1 + x^2$ und $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : h(x) = \ln(x)$.

Bestimmen Sie die Verkettung: $h \circ g(x) =$

Aufgabe 2 (2+1=3 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R} \text{ beliebig.}$$

(a) Berechnen Sie das Volumen des von v_1, v_2, v_3 aufgespannten Spats in Abhängigkeit von λ .

Volumen =

(b) Für welche Wahl von λ sind die Vektoren v_1, v_2, v_3 linear abhängig? $\lambda =$

Aufgabe 3 (1+2+1=4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = \frac{3x + 23}{x^2 - x - 12}$.

(a) Bestimmen Sie die Nullstellen des Nenners $x^2 - x - 12$:

$x_1 =$

$x_2 =$

(b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung für $f(x)$:

$$\frac{3x + 23}{x^2 - x - 12} =$$

(c) Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{3x + 23}{x^2 - x - 12} dx =$$

Aufgabe 4 (1+1+2=4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = e^{x^3}$.

Bestimmen Sie die Ableitungen

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$:

$$T_2(f, x, 1) =$$

Aufgabe 5 (1+2=3 Punkte)

Berechnen Sie die Grenzwerte:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3}{-4n^3 + 3} =$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n!} =$$

Aufgabe 6 (2+2=4 Punkte)

(a) Gegeben sei die komplexe Zahl $z = 2 + 2\sqrt{3}i$. Bestimmen Sie den Betrag $|z|$ sowie das Argument $\varphi \in [0, 2\pi)$ von z :

$$|z| =$$

$$\varphi =$$

(b) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$(w + 3i)^2 = 2 + 2\sqrt{3}i.$$

Geben Sie die Lösungen in der Form $w = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an:

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{R}^3$ des Gleichungssystems $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 8 (2+1+4=7 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: f(x, y) = x^4 - x^2 + (1 - 2x + y)^2.$$

- (a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x, y)$.
- (b) Berechnen Sie die Hesse-Matrix $H_f(x, y)$.
- (c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von $f(x, y)$ und klassifizieren Sie diese (Minimum, Maximum, Sattelpunkt).

Aufgabe 9 (2+2+2=6 Punkte)

- (a) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^2}$

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n)^{-1}$

- (b) Berechnen Sie die Summe der Reihe:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}$$

Aufgabe 10 (3+5+2=10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int (\sin(x))^3 dx$

(b) $\int_1^2 \frac{3x^2 + 2}{x(x^2 + 2)} dx$

(c) $\int |e^{2x+3i}| dx$

Aufgabe 11 (2+2=4 Punkte)

Berechnen Sie die Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{\ln(x) - x + 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$

Aufgabe 12 (3 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ist die Matrix \mathbf{A} regulär? Ist sie invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 13 (6 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} u''(t) - 2u'(t) + 3u(t) = 0, & t > 0 \\ u(0) = 1, & u'(0) = -1. \end{cases}$$