Nachname:	Matrikelnr.:	Studiengang: ☐ wiwi ☐ winf ☐ t.o. bwl ☐ NF bau ☐ ______
Vorname:		

vom Korrektor auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	**Summe**	Korrektor

Klausur zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Modul 41990

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In den **Aufgaben 1-4** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- In den **Aufgaben 5-10** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes abgegebene Blatt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 30. 09. 2021 über das Campus-System der Universität Stuttgart (`https://campus.uni-stuttgart.de/`) bekannt gegeben.
- **Hinweise für Wiederholer:**
  Wer diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreibt und nicht besteht, ist selbst dafür verantwortlich sich zu erkundigen, ob er eine zugehörige mündliche Nachprüfung erhält, und sich gegebenenfalls beim Prüfer anzumelden. Diese Anmeldung hat bis zum 5.11.2021 zu erfolgen.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 *(1+1=2 Punkte)*

(a) Gegeben sei die Funktion $f\colon D \to W\colon f(x) = \dfrac{1}{x^2} + 2$ mit $D = \mathbb{R}^+$ und $W = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 2\}$.

Bestimmen Sie die Umkehrabbildung: $f^{-1}(x) =$

(b) Gegeben seien die Abbildungen $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ : g(x) = 1 + x^2$ und $h\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} : h(x) = \ln(x)$.

Bestimmen Sie die Verkettung: $h \circ g(x) =$

Aufgabe 2 *(2+1=3 Punkte)*

Gegeben seien die folgenden Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R} \text{ beliebig.}$$

(a) Berechnen Sie das Volumen des von $v_1,\ v_2,\ v_3$ aufgespannten Spats in Abhängigkeit von λ.

Volumen =

(b) Für welche Wahl von λ sind die Vektoren $v_1,\ v_2,\ v_3$ linear abhängig? $\lambda =$

Aufgabe 3 *(1+2+1=4 Punkte)*

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon f(x) = \dfrac{3x + 23}{x^2 - x - 12}$.

(a) Bestimmen Sie die Nullstellen des Nenners $x^2 - x - 12$:

$x_1 =$ $x_2 =$

(b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung für $f(x)$:

$$\frac{3x + 23}{x^2 - x - 12} =$$

(c) Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{3x + 23}{x^2 - x - 12}\,\mathrm{d}x =$$

Aufgabe 4 (*1+1+2=4 Punkte*)
Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon f(x) = \mathrm{e}^{x^3}$.
Bestimmen Sie die Ableitungen

$f'(x) =$ $\boxed{}$

$f''(x) =$ $\boxed{}$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$:

$T_2(f, x, 1) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*)
Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{R}^3$ des Gleichungssystems $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ mit

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6 (*2+1+4=7 Punkte*)
Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon f(x,y) = x^4 - x^2 + (1 - 2x + y)^2.$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x,y)$.

(b) Berechnen Sie die Hesse-Matrix $H_f(x,y)$.

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von $f(x,y)$ und klassifizieren Sie diese (Minimum, Maximum, Sattelpunkt).

Aufgabe 7 (*2+2=4 Punkte*)

(a) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^2}$$

(b) Berechnen Sie die Summe der Reihe:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}$$

Aufgabe 8 (*2+3=5 Punkte*)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int x\cos(2x)\ \mathrm{d}x$ **(b)** $\displaystyle\int \left(1-(\cos(x))^2\right)\sin(x)\ \mathrm{d}x$

Aufgabe 9 (*2+1+1=4 Punkte*)

Berechnen Sie die Grenzwerte:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-5x+3}{\ln(x)-x+1}$ **(b)** $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3}{-4n^3+3}$ **(c)** $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(n+5-\frac{n}{n+5}\right)$

Aufgabe 10 (*3 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ist die Matrix $\boldsymbol{A}$ regulär? Ist sie invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.
