



2. Klausur

für Studierende der Fachrichtungen **el**, **geod**, **kyb**, **tpel**

Bitte unbedingt beachten:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle sieben Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 25 handbeschriebene Blätter sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechengерäte.
- Bei den **Aufgaben 3–7** sind alle Lösungswege und Begründungen anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In den beiden Klausuren können zusammen maximal **120 Punkte** erreicht werden.
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 13. 4. 2004 im NWZ II, Pfaffenwaldring 57, 8. Stock, durch Aushang bekanntgegeben.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich bis zum 14. 5. 2004 in Raum V57.8.162 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (5 Punkte): Geben Sie (ohne Begründung) an, ob die folgenden Aussagen wahr bzw. falsch sind.

a) $\vec{a} \parallel \vec{c} \Rightarrow (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} \perp \vec{a}$ für beliebige Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$.

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2)!}{n^n} = 0$.

c) $\frac{d}{dx} \ln |23x| = \frac{d}{dx} \ln |7x|$ für $x \neq 0$.

d) $\det(A + B) = \det A + \det B$ für beliebige quadratische $(n \times n)$ -Matrizen.

e) Seien $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zwei stetig differenzierbare Funktionen. Gilt $\text{grad}(fg)|_{(x,y)} = 0$, dann besitzt f oder g einen kritischen Punkt an der Stelle (x, y) .

Aufgabe 2 (5 Punkte): Berechnen Sie (Angabe des Ergebnisses genügt):

a) $\int_0^{4\pi} \cos^{13} x \sin^3 x \, dx$ b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} \, dx$ c) $\frac{d}{dx} \sqrt{x}, \quad x > 0$

Aufgabe 3 (10 Punkte): Gegeben seien der Punkt $P = (3, 2, 1)$ und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

- a) Berechnen Sie den Abstand von g zu P und den Abstand von g zur x -Achse.
b) Bestimmen Sie die Hesse-Normalform der Ebene E durch P und g .
c) Unter welchem Winkel schneidet E die yz -Ebene?
-

Aufgabe 4 (10 Punkte): Berechnen Sie

a) $\int \frac{dx}{x^2(x+1)}$ b) $\int_0^1 x^2(\ln x)^3 \, dx$ c) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$

Hinweis: Ohne Herleitung dürfen nur die Stammfunktionen von $(x-a)^\alpha$, $\sin x$, $\cos x$, e^x und $\ln x$ benutzt werden. Verwenden Sie bei c) die Substitution $x = \tan u$.

Aufgabe 5 (10 Punkte): Bestimmen Sie für $d = (1, 0, 1)^t$

- a) die Matrix Q_d der Drehung mit Drehachse d und Drehwinkel $\frac{\pi}{2}$, für die $\det(e_2, Q_d e_2, d) \geq 0$ für $e_2 = (0, 1, 0)^t$ gilt,
b) die Matrix Q_s der Spiegelung an der zu d orthogonalen Ursprungsebene.
-

Aufgabe 6 (10 Punkte): Gegeben sei die von dem reellen Parameter α abhängige Funktion

$$f(x) = (x - \alpha)\sqrt{\sin x}.$$

- a) Durch $0 \leq y \leq |f(x)|$ mit $0 \leq x \leq \pi$ wird eine Fläche begrenzt. Berechnen Sie das Volumen $V(\alpha)$ des Körpers, der durch Rotation dieser Fläche um die x -Achse entsteht.
b) Bestimmen Sie das Minimum und Maximum von $V(\alpha)$ für $\alpha \in [0, \pi]$.
-

Aufgabe 7 (10 Punkte): Bestimmen Sie das quadratische Taylor-Polynom $p(x, y)$ der Funktion

$$f(x, y) = \exp\left(\frac{x}{2+y}\right)$$

zum Entwicklungspunkt $(0, 0)$. Welche geometrische Form haben die Niveaulinien $p(x, y) = c$ mit $c \in \mathbb{R}$?

Hinweis: Beachten Sie den Sonderfall $c = 1$.
