

2. Klausur

für Studierende der Fachrichtungen **el**, **geod**, **kyb**

Bitte unbedingt beachten:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle sechs Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** **25** handbeschriebene Blätter DIN A4 sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechengерäte.
- Bei den **Aufgaben 2–6** sind alle Lösungswege und Begründungen anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In den beiden Klausuren können zusammen maximal **120 Punkte** erreicht werden.
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem **10. 10. 2005** im NWZ II, Pfaffenwaldring 57, 8. Stock, durch Aushang bekanntgegeben.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich bis zum **21. 10. 2005** in Raum V57.8.162 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (10 Punkte): Bestimmen Sie (Angabe des Endergebnisses genügt)

a) Anzahl der Teiler von $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ (einschließlich 1 und n)

b) Wertebereich der harmonischen Schwingung $3 \cos t + 4 \sin t$

c) $\sum_{i,j,k=1}^3 \varepsilon_{i,j,k}^2$

d) $\angle ((1, 1, 0)^t, (0, 1, 1)^t)$

e) Zyklendarstellung von $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2 (10 Punkte):

a) Berechnen Sie für

$$z = \frac{3 + 5i}{4 + i}$$

$\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$ und $\arg z$.

b) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen $z = re^{i\varphi}$ von

$$z^4 - 2\sqrt{3}i z^2 - 4 = 0.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte):

a) Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\binom{n}{2}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^n 5^n}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 5x + 2}.$$

b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius r der Potenzreihe

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^\alpha} x^n \quad (\alpha \geq 0)$$

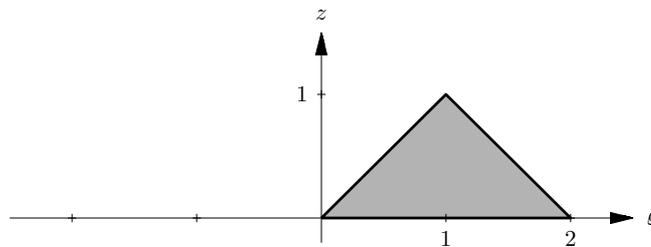
und untersuchen Sie für $x = -r$ für welche Werte des Parameters α die Reihe konvergiert.

Aufgabe 4 (10 Punkte): Geben Sie den Definitionsbereich der reellen Funktion

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$$

an und bestimmen Sie Nullstellen und Extrema. Skizzieren Sie den Graph von f .

Aufgabe 5 (10 Punkte): Berechnen Sie das Volumen des Körpers K , der durch Rotation des abgebildeten Dreiecks um die z -Achse entsteht.



Beschreiben Sie K durch geeignete Ungleichungen in Zylinderkoordinaten und bestimmen Sie die z -Koordinate

$$s_z = \frac{1}{\operatorname{Vol} K} \iiint_K z \, dK$$

des Schwerpunkts.

Aufgabe 6 (10 Punkte): Berechnen Sie Determinante und Rang der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Transformieren Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = (1, 2, \alpha)^t$ auf Echelon-Form. Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist dieses lösbar und wie lautet die allgemeine Lösung?